Efficient Infinite Elements for Exterior Acoustics

Vom Promotionsausschuss der
Technischen Universität Hamburg-Harburg
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
genehmigte Dissertation

von
Daniel Dreyer
aus Osterode

2004

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. O. von Estorff
2. Gutachter: Prof. Dr. H. Voß

Tag der mündlichen Prüfung: 27. September 2004

Berichte aus der Akustik

Daniel Dreyer

Efficient Infinite Elements for Exterior Acoustics

Shaker Verlag
Aachen 2004

Bibliographic information published by Die Deutsche Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data is available in the internet at http://dnb.ddb.de.

Zugl.: Hamburg-Harburg, Techn. Univ., Diss., 2004

Printed in Germany.

ISBN 3-8322-3500-0
ISSN 1611-1303

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen
Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9
Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

Danksagung

Diese Arbeit wurde durch ein Stipendium der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) im Rahmen des Graduiertenkollegs „Meerestechnische Konstruktionen“ gefördert.

Herzlichst bedanken möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. O. von Estorff für die maßgebliche Betreuung und Begleitung dieser Arbeit. Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. E. Kreuzer gilt mein Dank für die Einbettung meiner Tätigkeiten in den Arbeitsbereich Mechanik und Meerestechnik. Herrn Prof. Dr. H. Voß danke ich für die Übernahme des Mitberichts sowie die Bereitschaft zu regen und äußerst hilfreichen Gesprächen. Herr Prof. Dr. habil. M. M. Morlock Ph.D. übernahm freundlicherweise den Prüfungsvorsitz.

Des weiteren bedanken möchte ich mich bei allen Kollegen und Stipendiaten, insbesondere Dr. A. M. Pelzer, S. Petersen und M.-A. Pick. Mein größter Dank hingegen gilt meiner Familie und Jaana.

Ingolstadt, im November 2004 Daniel Dreyer

Contents

List of Figures

List of Tables

Notation

Conventions

$\tilde{\cdot}$	Denotes the approximate version of $\cdot$
$\hat{\cdot}$	Time dependent version of $\cdot$
$\bar{\cdot}$	Conjugate of $\cdot$
$\cdot^T$	Transpose of $\cdot$
$\cdot^*$	Adjoint or hermitian conjugate of $\cdot$
$\mathbf{A}$	Boldface uppercase denotes matrices
$\mathbf{b}$	Boldface lowercase denotes vectors
$f(x) = o\left(g(x)\right)$	For $x \to \infty$ the ratio $f(x)/g(x)$ approaches zero
$f(x) = O\left(g(x)\right)$	Of the order, i.e. $f(x)/g(x)$ is bounded for all x
$\mathfrak{Re}$, $\mathfrak{Im}$	Real part, Imaginary part

Symbols

α, β	Coefficients of Jacobi polynomials 5.2.6
a	Radial distance of the base from the coordinate origin in the Astley-Leis elements 5.2.1, also representative problem size 7.1
B	Radiating or scattering structure 2.1.2
c	Wave velocity 2.1.1
$\mathbb{C}$	Set of complex numbers 2.1.2
d	Spatial dimension 2.1.2
`dof`	Degree of freedom 6.3.3
$\mathbf{D}$, $\mathbf{A}$, $\mathbf{N}$	Frequency-independent system matrices for interior and exterior acoustics 3.1.1

ε_V	Volumetric strain 2.1.1
$\mathcal{E}_{rel}$	Relative error 5.2.8
flops	Floating-point operations, any of the type $+$, $-$, $*$, and $/$, 4.1.1
$\mathcal{F}$	Multiplicative radial weight in the test functions of the Astley-Leis elements 5.2.1
Γ	Envelope, separating Ω in Ω_i and Ω_e 2.2.1
Γ_X	Artificial boundary for enforcing the radiation or Sommerfeld condition 2.1.2
$h_\nu^{(2)}(kr)$	Spherical Hankel function of ν^{th} order and second kind 2.1.2
h	Representative element length 3.1.1
$\mathbf{h}$	Vector of $\tilde{H}_i$ 3.1.1
$\tilde{H}_i$	i^{th} finite element shape function 3.1.1
$\mathcal{H}_D^n$	Sobolev space of functions satisfying Dirichlet boundary conditions and being square integrable up to and including n^{th} derivatives 3.1.1
i	Imaginary unit 2.1.2
κ	Bulk modulus 2.1.1
k	Wave number 2.1.2
ka	Non-dimensional wave number 7
μ	Restart parameter of GMRES(μ) 4.2.3, and phase term in the Astley-Leis elements 5.2.1
m	Radial approximation order in the Astley-Leis elements 5.2.4
$\tilde{M}_\nu(v)$	ν^{th} radial geometric approximation function of type $1/r$ in the Astley-Leis elements 5.2.1
$\mathbf{M}$	Overall frequency-dependent system matrix 5.2.1
n	Surface normal vector 2.1.2, and dimension of matrices and vectors 3.1.1
np	Number of processors B.1.3
ω	Angular frequency 2.1.2
Ω	Fluid domain 2.1.2
Ω_i	Bounded inner fluid domain 2.2.1
Ω_e	Unbounded outer fluid domain 2.2.1

$\tilde{\Phi}_\nu$	ν^{th} approximation function in the Astley-Leis elements 5.2.1
p	Time-harmonic pressure 2.1.2, and approximation order of shape functions in the p-FEM 3.3
$\hat{p}$	Time dependent pressure 2.1.1
$\mathbf{p}$	Vector of pressure unknowns 3.1.1
$P_\nu(v)$	ν^{th} polynomial for radial approximation in the Astley-Leis elements 5.2.1
q	Test function 3.1.1
ρ	Density 2.1.1
$\mathbf{r}$	Right hand side 3.1.1
$\mathbb{R}$	Set of real numbers 2.1.1
$\mathbf{s}$	Vector of $\tilde{S}_i$ 3.1.1
s, t, v	Element-local coordinates 5.2.1
$\tilde{S}_i$	i^{th} $d-1$ dimensional (face) finite element shape function 3.1.1
S	Surface of the radiating or scattering structure B, so that $\partial\text{B} = \mathsf{S}$ 2.1.2
t	Time 2.1.2
t_{asm}	Elapsed time for assembling the global system matrices 7.2.3
t_{norm}	Normalized elapsed time of solution phase 7.1.1
t_{sol}	Elapsed time of solution phase 7.2.3
u	Number of base nodes of an infinite element 5.2.1
$\mathbf{u}$	Infinitesimal displacement vector 2.1.1
v_n	Surface normal vibrations 3.1.1
$\mathbf{x}$	Vector of global coordinates x_i, $i = 1, \ldots, d$ 2.1.1